53572

Mathesis Crosz. 4°

1568

Corsonichii (Vice-Colonelli): Perfecta quadratura circuli.

Finis Scripti de calculo per excessum & defectum, atque Quadraturæ Circuli exactæ ad amussim.

17.) Theorema 4. *Ratio 7 : 22 peccat in excessu $\frac{1}{56}$ parte diametri, & ratio 9 : 28 in defectu $\frac{1}{72}$; & ejusmodi partes rationum falsarum multiplicatæ per diametrum quamcunquè sistunt excessum & defectum peripheriarum eidem diametro respondentium.*

Demonstratio. Ducendo terminos dictarum rationum in 8, ut habeantur antecedentes divisibiles per hunc numerum (§. 15. 16.), prodeunt rationes æquales 56 : 176 & 72 : 224, per quas, sumta diametro = 1, producuntur peripheriæ $\frac{176}{56}$ & $\frac{224}{72}$ = $\frac{12672}{4032}$ & $\frac{12544}{4032}$, quarum differentia est $\frac{128}{4032}$, ex cujus numeratore denominator 56 peripheriæ excessivæ ablatus semel, relinquit denominatorem 72 *defectivæ.* Ergo partes essentiales hujus differentiæ sunt $\frac{72}{4032}$ & $\frac{56}{4032}$, quarum prior, quia ejus numerator est denominator peripheriæ *defectivæ*, est excessus, & posterior, cujus numerator est denominator *excessivæ*, defectus peripheriarum æquivalentium (§. 3. 5. 12.). Ablato igitur excessu ex p. æquivalente excessivæ, relinquitur vera $\frac{12600}{4032} = 3\frac{1}{8}$; addito autem defectu ad æquivalentem defectivæ, prodit eadem vera $= 3\frac{1}{8}$. Vel reducendo ad minores terminos excessum per denominatorem 72 defectivæ & defectum per denominatorem 56 excessivæ, emergunt excessus $\frac{1}{56}$ & defectus $\frac{1}{72}$ peripheriarum primitivarum (§ 4.): ergo peripheria vera est $\frac{175}{56} - \frac{1}{56} = \frac{175}{56}$ $= 3\frac{1}{8}$; Vel $\frac{224}{72} + \frac{1}{72} = \frac{225}{72} = 3\frac{1}{8}$, ad quam diameter est, ut 1 : $3\frac{1}{8}$ = 8 : 25. Peccat igitur ratio 7 : 22 $\frac{1}{56}$ diametri in excessu &c.: *Quod erat primum.*

Multiplicando denominatores 72 & 56 per 2, 3, 4 &c: prodeunt eorum multipla, & multiplicando differentiam $\frac{128}{4032}$ per diametros = 2, 3, 4, 5, 6 &c: enascuntur differentiæ peripheriarum iisdem diametris respondentium. Per ejusmodi multiplicationes prodit igitur

Numerator differentiæ.	Denominatoris 72.	Denominatoris 56.
2dæ 256	2plum 144	2plum 112.
3tiæ 384	3plum 216	3plum 168.
4tæ 512	4plum 288	4plum 224.
5tæ 640	5plum 360	5plum 280.
6tæ 768	6plum 432	6plum 336.
7mæ 896	7plum 504	7plum 392.
8væ 1024	8plum 576	8plum 448.

Quoniam igitur, ut ex hac tabula patet, horum denominatorum 2pla junctim sumta accuratè efficiunt numeratorem differentiæ 2dæ, 3pla numeratorem differ: 3tiæ, 4pla numeratorem differ: 4tæ, 5pla numeratorem differentiæ 5tæ &c:; evidens est, numeratorem differentiæ peripheriarum diametri cujuscunque, per rationes 56 : 176 & 72 : 224 inventarum, conflatum esse ex tot denominatoribus utriusque peripheriæ primitivæ, quot diameter continet unitates: consequenter tam peripherias falsas, quàm earum differentias, & differentiarum partes (ex-

cessus & defectus) crescere in ratione diametrorum. Jam cum numerator excesssus debeat constare ex tot denominatoribus p. *defectivæ*, & numerator defectus ex tot denominatoribus *excessivæ*, quot eorum continet numerator differentiæ (§. 12.); & numerator differentiæ 2dæ conflatus sit ex 2 denominatoribus 72 p. defectivæ & ex 2 denominatoribus 56 excessivæ, numerator differ: 3tiæ ex 3 denominatoribus peripheriæ utriusque, numerator differentiæ 4tæ ex 4 denominatoribus p. utriusque; palam est, multipla denominatoris 72 p. *defectivæ* esse numeratores excessuum, & multipla denominatoris 56 p. *excessivæ* esse numeratores defectuum. Subscribendo ergo hisce multiplis denominatorem communem 4032 differentiarum, prodeunt excessus & defectus peripheriarum dictis diametris respondentium (§. 5.). Dividendo deinde terminos excessuum per denominatorem 72 periph: defectivæ, & terminos defectuum per denominatorem 56 p. excessivæ, emergunt peripheriarum primitivarum excessus $\frac{2}{56}$ $\frac{3}{56}$ $\frac{4}{56}$ $\frac{5}{56}$ &c: & defectus $\frac{2}{72}$ $\frac{3}{72}$ $\frac{4}{72}$ $\frac{5}{72}$; sed eædem partes reperiuntur multiplicando excessum $\frac{1}{56}$ & defectum $\frac{1}{72}$ rationum falsarum seu (quod idem est), peripheriarum falsarum diametri = 1 per dictas diametros. Ergo &c: *Quod erat alterum.*

18. Scholion. *Quoniam ergo per quodcunque par rationum excessivæ non majoris, quam 1 : $3\frac{1}{4}$ & defectivæ non minoris quam 1 : 3, quarum antecedentes sunt divisibiles per 8, legitimè determinari possunt excessus & defectus peripheriarum diametri = 1 (§. 16.); facilè est, inventis hisce partibus, determinare peripheriam diametri cujuscunque: nam multiplicando e. gr: peripheriam exces: $\frac{176}{56}$ ejusque excessum $\frac{1}{56}$ per diametrum = 100, prodit peripheria exces: $\frac{17600}{56}$ cum excessu $\frac{100}{56}$, qui ex illa ablatus relinquit peripheriam $\frac{17500}{56}$, ad quam diameter est, ut 100 : $\frac{17500}{56}$ = 5600 : 17500, & dividendo utrinque per 700, ut 8 : 25. Multiplicando peripheriam exces: $\frac{630}{200}$ (§. 16.) ejusque excessum $\frac{5}{200}$ per diametrum = 10, prodit p. excessiva $\frac{6300}{200}$ cum excessu $\frac{50}{200}$, qui ablatus ex illa, relinquit peripheriam $\frac{6250}{200}$, ad quam diameter est, ut 10 : $\frac{6250}{200}$, = 2000 : 6250, & dividendo utrinque per 250, ut 8 : 25.*

19.) *Corollarium.* Cum igitur sumta diametro quacunque, semper prodeat ratio ejus ad periph: per excessum, aut defectum inventam, ut 8 : 25; manifestum est, jam haberi Quadraturam Circuli exactam ad amussim (§. 10. 11.).

20.) Theorema 5. *Ratio* Metii 113 : 355 *peccat* $\frac{15}{904}$ *in excessu.*

Demonstratio. Multiplicando terminos hujus rationis per 8, oritur æqualis 904 : 2840, per quam & per defectivam 32 : 97 prodeunt peripheriæ $\frac{2840}{904}$ & $\frac{97}{32}$ = $\frac{90880}{28928}$ & $\frac{87688}{28928}$, quarum differentia est $\frac{3192}{28928}$, ex cujus numeratore denominator 904 demptus ter, relinquit residuum 480 exactè divisibile per denominatorem 32 p. *defectivæ*: ergo excessus est $\frac{480}{28928}$ = $\frac{15}{904}$: ergo &c.